

レンチキュラー方式3Dディスプレイ
市販レンチキュラー板の曲率半径を計算する(その1 本文)
Calculate the Radius of Curvature at the Commercial-release Lenticular Plate
in Autostereoscopic Display (part 1)

山田 千彦

Chihiko Yamada

元日本工業大学、元凸版印刷 (株)

〒120-0014 東京都足立区西綾瀬 4-13-17

E-mail : c-yamada@jcom.zaq.ne.jp

ステレオ印刷製品に使われているレンチキュラー板は、開発当初の1960～1980頃はステレオ印刷製品の製造会社が内作していた。その後、2000年頃からレンチキュラー板が市販されるようになってきた。そして、多くの企業がステレオ印刷製品を生産、販売されるようになってきた。今、市販されているレンチキュラー板のカタログを見ると、レンチキュラー形状の中の「曲率半径」の表示がない。ステレオ印刷製品の技術的評価のためには曲率半径の数値が必要になる。まず、レンチキュラー形状を設計する上で「最適な厚さ」を求める計算式を確認し、その上で、「曲率半径」を計算してみた。

1. はじめに

日本国内においては、1960年頃から印刷企業を中心にメガネなしで立体視できる「レンチキュラー方式印刷タイプ3Dディスプレイ(通称:ステレオ印刷(製品))」が市場に流れる様になり、珍しさが伴って多くの数の商品化が進められた。

この時ステレオ印刷製品を開発、生産してきた企業では、文献、特許、試行錯誤によりステレオ撮影から製品化までの多くの工程に必要な設備、等を内作している。

当然、レンチキュラー板自体も内作してきた。

2000年頃から、立体映画のブーム到来に伴い、ステレオ印刷製品が市場に多くみられるようになり、お金を出して購入する人々が増えてきている。

この様な中、ステレオ印刷製品を製造する上でネックとなっていたレンチキュラー板が市場に出ており、誰でもステレオ印刷製品を製造、販売で出来るようになってきた。

市場に出ているレンチキュラー板のカタログを見ると、レンチキュラー形状の中の「曲率半径」の表示がないことに気が付いた。しかし、ステレオ印刷製品の生産のためには曲率半径の数値がなくても良い。しかし、ステレオ印刷製品を技術的にいろいろ評価するためには「曲率半径」の数値が必要になる。例えば、観察者が製品を観て得られる「立体感(奥行再現性)」や観察者が立体視できる距離の幅(立体視領域)、等の計算には曲率半径の数値が必要になるのである。

本稿では、曲率半径の計算の仕方について論じて行くが、単純ではないことからその理由と計算手順について詳述して行く。

2. ステレオ印刷製品の立体視原理

ステレオ印刷製品を観て立体視している図を図01に示す。レンチキュラー板は円筒形レンズを横に多数並べてレンズシートとして造られている。

レンチキュラー板はその形状から、

・曲率半径： r

- ・幅 (ピッチ) : p
- ・最適厚さ : t

からなっており、最適厚さ : t はほぼ焦点距離 : f となっている。

レンチキュラー板は、例えばアクリル樹脂 (PMMA)、ポリカーボネート樹脂 (PC)、PET 樹脂、等の無色透明な熱可塑性樹脂、および UV 樹脂、等で造られている。

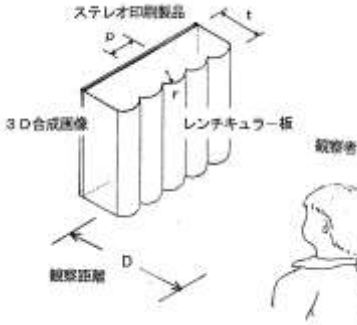


図01 ステレオ印刷製品と立体視

図02に立体視の原理説明図を示す。レンチキュラー板の裏面のほぼ焦点面(画像面)には、立体合成された画像が置かれている。両眼視差のある複数枚の画像が線状に収束され

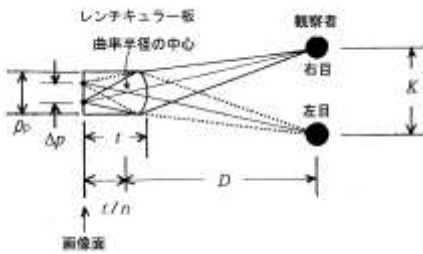


図02 立体視の原理図

て、1ピッチ内に縦筋状の立体合成された1枚の画像となっている。観察者の視線はレンチキュラー板の中に位置する曲率半径の中心で交差し、レンチキュラー板裏面に位置する画像面上の Δp の距離だけ離れた2つの異なる画像を見ている。そして、この2つの異なる画像から観察者は奥行き感のある立体画像を得ている。 n は樹脂の屈折率である。

3. レンチキュラー形状の幾何学

レンチキュラー板を取り扱う上でレンチキュラー形状に関する幾何学的関係を図03に示し、式(01)～式(06)で表す。

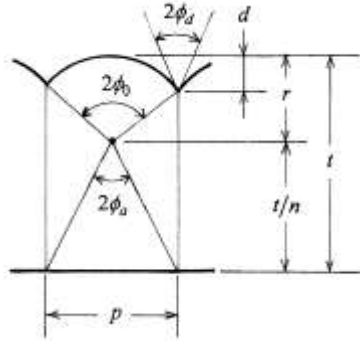


図03 断面の幾何学

$$2\phi_a = 2 \tan^{-1} \frac{p}{2 \left(\frac{t}{n} \right)} \quad (01)$$

$$2\phi_0 = 2 \sin^{-1} \frac{p}{2r} \quad (02)$$

$$2\phi_d = 2 \cos^{-1} \frac{p}{2r} \quad (03)$$

$$d = r(1 - \cos \phi_0) = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{p}{2} \right)^2} \quad (04)$$

$$r = \frac{\left(\frac{p}{2} \right)^2 + d^2}{2d} \quad (05)$$

$$p = 2\sqrt{2rd - d^2} \quad (06)$$

この時、 $2\phi_a$ を視角、 $2\phi_0$ を開口角、 $2\phi_d$ を切削角と呼んでおり、 d は切削深さである。

視角とは、観察者が顔(目)を左右に動かして、画像面のピッチの端から端まで見るに必要な角度である。開口角とは、レンチキュラー板の光軸に平行に入射する光の光軸との角度である。そして切削角とは、金型を切削する時の隣のピッチとの境界における角度であり、この角度が小さくなると切削できる限界が存在する。

4. 最適な厚さを求める計算式を確認する

最適厚さ： t を求める計算式が2つ存在しており、筆者の独断から「一般式」、及び「大越式」と呼んでいる。

筆者は、一般式と大越式とを比較して、最適厚さを求めるには、大越式が実用的であることをここで確認する。

ステレオ印刷製品を製造する上で「教科書となる本」が二冊存在している。

① N.A.Valyus 著「STEREOSCOPY」THE FOCAL PRESS 社刊 (1966)

② 大越 孝敬著「三次元画像工学」産業図書株刊 (1972)

(1) 一般式

上記①、pp.198 に一般式 (Valyus 式) が述べられている。一般式を式(07)に示す。

最適厚さ： t は屈折率： n 、および曲率半径： r から求める事が出来る。

$$t = \frac{n}{n-1} r \quad (07)$$

(2) 大越式

上記②、pp.72 ~ 75 にレンチキュラー板の最適厚さを求める式が表示されている。レンチキュラー板の最適厚さを求める幾何学図を図04に示す。レンズ開口角： $2\phi_0$ によりレンチキュラー板の最適厚さ： t が異なってくる。レンズ開口角： $2\phi_0$ と最適厚さ： t/r との関係を図05に示している。

図04に示す火線と火線との間の幅はそのレンチキュラー板の収束幅： w であり、この最小錯乱円の位置が焦点となる。この値が小さい程ピッチ内に多くの画像を並べて記録することができる。解像力を単位[本/ピッチ]で表現すると、1ピッチ内に何本の画像を並べて記録できるか、を表わしている。

レンチキュラー板の最適厚さ： t はレンズ開口角： $2\phi_0$ から求める事ができ、次式(08)で表す事が出来る。この式を「大越式」と呼んでいる。

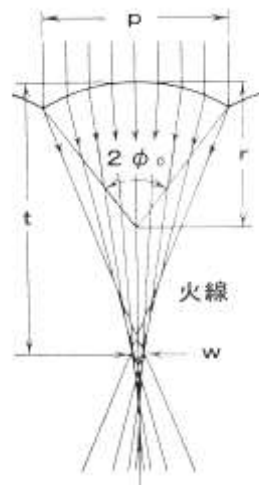


図04 レンチキュラー板の収束位置と最適厚さ

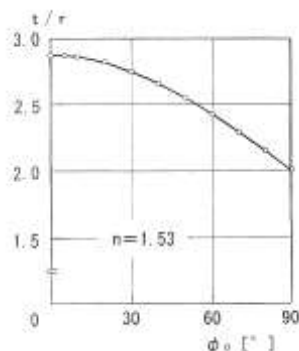


図05 レンズ開口角と最適厚さとの関係

$$t = \frac{g(\phi_0)}{n^2 - 1} \{x(\phi_M) + r \sin \phi_0\} + r(1 - \cos \phi_0)$$

$$\phi_0 = \sin^{-1} \frac{p}{2r}$$

$$\phi_M = \frac{\phi_0}{2}$$

$$x(\phi_M) = r \frac{f(\phi_M) - f(\phi_0)}{g(\phi_M) + g(\phi_0)}$$

$$f(\phi) = \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} + \cos \phi$$

$$g(\phi) = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} + n^2 \cos \phi}{\sin \phi}$$

(08)

(3) スネルの法則

実際に前項の2つの式(07)、および式(08)

から最適厚さ： t を求めると、計算結果に大きな違いが出ている。そこで、上記2者の違いを客観的に比較する。基本となる「**スネルの法則**」に基づいて、凸レンズの表面に入射する光が樹脂の中で光軸上のどこに集光するか、幾何学的に計算して集光位置を求める。

スネルの法則を図06に示し、式で表すと、

$$n_1 \sin \phi_1 = n_2 \sin \phi_2 \quad (09)$$

となる。 n_1 は入射側の媒質の屈折率であり、ここでは媒質が空気であり $n_1 = 1$ である。 ϕ_1 は入射角である。 n_2 は出射側の媒質の屈折率であり、樹脂の屈折率となる。そして、 ϕ_2 は出射角である。

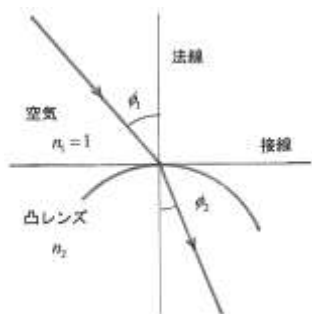


図06 スネルの法則

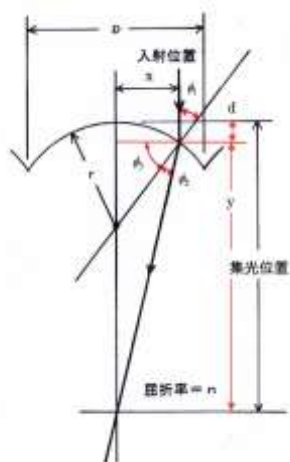


図07 入射光の幾何学的屈折図

そこで、具体的にレンズの表面に入射した光の屈折式を求めるための幾何学的関係図を図07に示す。そして、入射光の光軸上に到達する点までの距離（集光位置）は式(10)か

ら計算できる。

$$\begin{aligned} \text{集光位置} &= d + y \\ d &= r - \sqrt{r^2 - x^2} \\ y &= x \tan(\phi_3 + \phi_2) \end{aligned} \quad (10)$$

$$= x \tan \left(\cos^{-1} \frac{x}{r} + \frac{\sin^{-1} \frac{x}{r}}{n} \right)$$

基本となるスネルの法則による集光位置を、開口角： $2\phi_0$ を 20° から、 40° 、 \dots 、 180° までそれぞれの集光図を作成する。

最適厚さ： t は、それぞれの集光図において、レンズ表面から最小錯乱円となる位置までの距離である。

(4) 三者の比較

三者を比較するために、スネルの法則の計算結果から求めた最適厚さ、大越式から求めた最適厚さ、そして一般式から求めた最適厚さを表01にまとめて表示し、そのグラフを図08に表示する。

図08上の三者から、

レンヂキュラー板の最適厚さ＝
大越式における最適厚さ＝
スネルの法則における最適厚さ
であることが一目瞭然である。

表01 最適厚さの計算結果・比較表

開口角 $2\phi_0$	最適厚さ t		
	[r]		
[°]	スネル	大越式	一般式
0	3.00	3.00	3.00
20	2.98	2.98	3.00
40	2.94	2.94	3.00
60	2.87	2.87	3.00
80	2.77	2.77	3.00
100	2.65	2.65	3.00
120	2.51	2.51	3.00
140	2.36	2.36	3.00
160	2.20	2.20	3.00
180	2.05	2.05	3.00

参考図として、計算過程は省略するが、解像力のグラフを図09に示す。

図09から分かることは、

- 3D画像用は開口角の小さな値
- 2D画像用は開口角の大きな値のレンヂキュラー板が適している様だ。

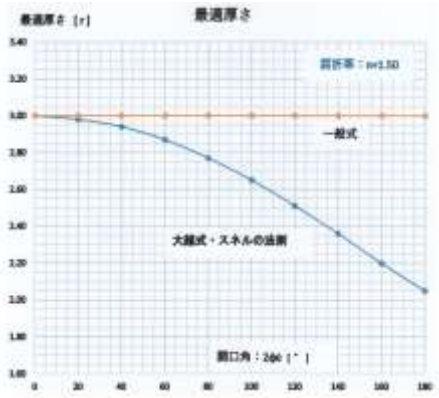


図08 最適厚さ・三者の比較

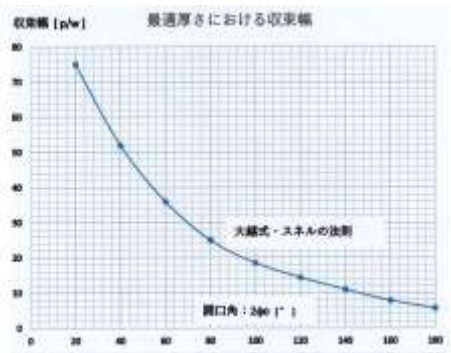


図09 解像力(収束幅)

一例として、実際に製造されているレンチキュラー板の中から、下記の集光図を作成してみた。

- ・レンチキュラー形状：
 $r = 0.52$, $p = 0.8750$ mm
 屈折率： $n = 1.53$ (PVC)、
 開口角： $2\phi_0 = 115^\circ$

まず、スネルの法則から集光位置を計算し、その結果を表02に示し、そのグラフを図10に示している。

レンチキュラー板の最適厚さは
 大越式から得られる

ことが確認できる。

5. 市販のレンチキュラー板

我々は市場から販売されているレンチキュラー板を購入することが出来る。この時、カタログには次のような項目が提示されている。

表02 一例の集光位置

	集光位置	
	x	d+y
1	0.4375	1.2252
2	0.3938	1.2889
3	0.3500	1.3396
4	0.3063	1.3810
5	0.2625	1.4149
6	0.2188	1.4423
7	0.1750	1.4640
8	0.1313	1.4804
9	0.0875	1.4920
10	0.0438	1.4989

- ・用途
- ・ピッチ： p
- ・厚さ： t
- ・切り替え角度(視角)： $2\phi_a$
- ・材料名 (屈折率： n がわかる)

しかし、なぜか曲率半径： r の表示がない。

ステレオ印刷製品を製造するにはこれらの値で良いが、製品にかかわる技術的な計算、例えば、立体感、立体視領域、等を計算する

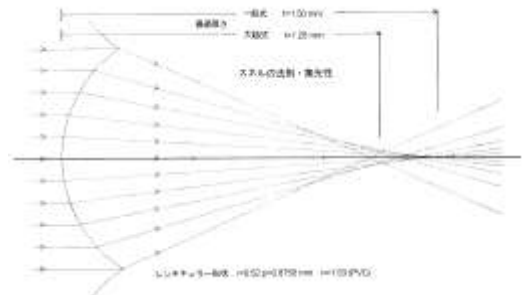


図10 一例の最適厚さ・三者の比較

には曲率半径： r が必要となる。

そこで、カタログ数値から曲率半径： r を推定せねばならない。

A社の扱っている販売品のカタログ数値の一例では、

- ・用途：3D用
- ・ピッチ： 20 Lpi ($p = 1.2700$ mm)
- ・厚さ： $t = 3.81$ mm
- ・材料：アクリル樹脂 ($n = 1.49$)
- ・視角： $2\phi_a = 29^\circ$
- ・レンチキュラー板のサイズ：

○○○×○○○ mm

となっている。

(1) 幾何学図、およびカタログ値から計算する

図03幾何学図から視角: $2\phi_a=29^\circ$ を式(01)に代入して曲率半径: r を計算すると、

$$2\phi_a = 2 \tan^{-1} \frac{p}{2 \frac{t}{n}} = 2 \tan^{-1} \frac{p}{2(t-r)} \quad (11)$$

から $r=1.35 \text{ mm}$ となる。

次に、 $r=1.35 \text{ mm}$ における最適厚さ: t を大越式(08)から計算すると $t=3.96 \text{ mm}$ となる。

さらに、カタログ値の最適厚さが $t=3.81 \text{ mm}$ となる曲率半径: r を大越式(08)から計算すると、 $r=1.31 \text{ mm}$ となる。

計算結果のこれらの値は食い違っており、疑問が残る。

(2) レンチキュラー形状を実測する

もし、レンチキュラー板その物が入手できる場合、レンチキュラー形状を顕微鏡で実測することができる。筆者は市販の顕微鏡に下記の改造を行い、実用している。

- ・ピッチを測定するためのデジタルノギスを左右移動軸に取り付けた
- ・焦点距離を測定するためのデジタルノギスを上下移動軸に取り付けた
- ・焦点距離、および収束像の幅を測定するために、照明器具に点光源を取り付けた
- ・デジタルカメラを取り付けた

そして、デジカメで撮影した断面図から曲率半径: r を、正面図からピッチ、収束像、収束像の幅、収束像の位置、を実測することができる。

さらに、視角測定器も自作している。

これらのデータは曲率半径: r を推定する上で大変参考になる。

A社の一例となったレンチキュラー板のレンチキュラー形状を顕微鏡で測定すると、

曲率半径: $r=1.41 \text{ mm}$

となっている。

(3) ステレオ印刷製品の実際の厚さ

市場にあるステレオ印刷製品における重要な事実は、

ステレオ印刷製品の実際の厚さは、最適厚さの90%程度

の物が多い。この点を考慮して大越式(08)から曲率半径: r を計算すると $r=1.43 \text{ mm}$ となる。

(4) 球面収差、等を考慮する

ステレオ印刷製品は正面から見るだけでなく、上下左右いろいろな方向から見てきれいな立体画像を観ている。

左右方向から見る場合は、球面収差が問題になり、上下方向から見る場合は、楕円形の集光特性が問題になる。

しかし、実際にステレオ印刷製品をいろいろな方向から見て、画質が劣化することは認識されていない。

すなわち、観察位置により画質の劣化は無視しても良いようだ。

(5) 曲率半径を決定する

以上の(1)から(3)までの試行錯誤から、

曲率半径は $r=1.43 \text{ mm}$

が良いと思われる。

この時、視角: $2\phi_a=29.9$ 度は実用の範囲と判断できる。

すなわち、上記(3)が曲率半径: r の決定に重要であることが分かる。

本章で述べてきた計算手順は、付録のEXCELシート

「L形状/カタログから r を計算」を使って簡単に計算することができる。

(6) 市販のピッチ

本題ではないが、カタログ上のピッチは $p=1.2700 \text{ mm}$ と表示されているが。この数値は金型のピッチであり、レンチキュラー板の製造(成型)方法によりピッチの実際の値が変わってくる。

ピッチを実測すると、通常 $p=1.2700 \text{ mm}$ より小さく、A社の一例では $p=1.2625 \text{ mm}$ という実測値になっている。

そこで、ステレオ印刷製品を製造する場合、事前いくつかの推定ピッチでテスト画像を製版、印刷する。そして、それらの中からレンチキュラーピッチに適した画像ピッチで本番画像を製版、印刷することになる。

6. まとめ

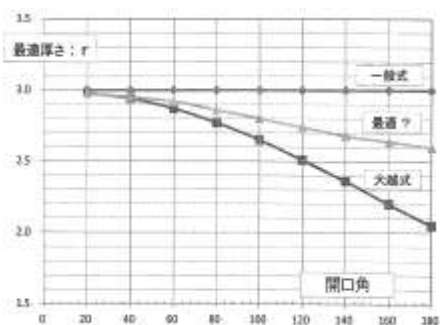
市場にあるステレオ印刷製品の最適厚さは大越式から求める事ができる。この時、レンチキュラー板の実際の厚さは、計算値より約10%程度薄いことが分かっている。この点を考慮して最適厚さを計算することになる。また、実測値はこの決定値を裏づけることになる。

7. おわりに

ステレオ印刷製品を長年取り扱ってくると、次から次へと課題が発生しており、その都度試行錯誤している。今後も、少しでも良いステレオ印刷製品を設計、製作する上でいろいろな課題に挑戦して行きたい。

< 訂正のお願い >

筆者が発表した「3D映像」Vol.29,No.2 (2015-06) (第112回研究会)において、図07 開口角と集光位置のグラフ(下図)が提示されている。



上図では、

最適厚さ = 「最適厚」

と結論付けているが、この厚さのレンチキュラー板を使ってステレオ印刷製品を造った場合、結果として、クロストークのある合成画像となることが後で分かった。

よって、「最適厚」のグラフは使ってはならないことになる。レンチキュラー板の最適厚さは大越式から求めるべきである。

< 計算式の中での置き換え >

光学設計者の使用する計算式と筆者が使用する計算式に違いがある。計算結果が実用に近いことから、筆者は下記のように置き換えて計算している。

$$\frac{t}{n} \rightarrow t-r$$

光学設計者は、

「レンチキュラー板の曲率半径の中心から裏面までの距離 = $\frac{t}{n}$ 」

と置いている。この計算式は正しい。しかし、ステレオ印刷製品の製造では、通常、樹脂の厚さを90%に薄くしている。 $f \neq t$ なのである。

これは、品質を落とすことなく、コスト低減にもつながっている。

よって、実用に近い計算結果を得るためには、 $\frac{t}{n}$ を $t-r$ に置き換えて計算すべきと考えている。

< 参考文献 >

山田千彦：「3D映像」Vol.30, No.2 第116回研究会 (2016-07)
(本文、およびPowerPoint資料)

< 参考資料 >

付録 EXCEL 「L板の最適厚さ」
付録 EXCEL 「L形状／カタログからrを計算」
付録 WORD 「レンチキュラー板の形状測定」
付録 WORD 「レンチキュラー板の形状測定・報告書」

以上